

例题分析：几何构造

题目：在一个正方形内画一个最大的圆，然后在这个圆内再画一个最大的正方形。问：较小正方形面积与较大正方形面积的比例是多少？

解题思路：

设大正方形边长为 a ，则其面积为 a^2 。

在大正方形内画的最大圆直径等于大正方形的边长 a ，因此圆的半径为 $\frac{a}{2}$ 。

在该圆内画的最大正方形对角线长度等于圆的直径 a ，设小正方形边长为 b ，则根据勾股定理 $b\sqrt{2} = a$ ，从而得到

小正方形面积为 $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$ 。

因此，较小正方形面积与较大正方形面积的比例为 $\frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2}$ 。

这个问题要求学生具备空间想象能力和几何知识的应用能力，同时也考验了他们如何将已知信息转化为可操作的数学模型。

例题分析：数字序列

题目：给定一个数列 1, 3, 6, 10, 15, ...，请问第 n 项是多少？

解题思路：

首先观察数列的特点： $1 = 1$, $3 = 1+2$, $6 = 1+2+3$, $10 = 1+2+3+4$,
 $15 = 1+2+3+4+5$ 。

可以发现每一项都是前几个自然数的和，即第 n 项是 1 到 n 的所有自然数之和。

根据求和公式 $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$ ，可以得出第 n 项的表达式为 $\frac{n(n+1)}{2}$ 。

这个例子展示了如何通过观察规律、归纳总结的方法来解决实际问题，这是逻辑思维的重要体现。