

一、鸡兔同笼问题的变式

题目：在一个笼子里关了鸡和兔子，共有30个头和80只脚。问鸡和兔子各有多少只？

解析：鸡兔同笼问题是经典的奥数题型之一，适合五年级学生理解简单的代数方程。

1. 首先设鸡的数量为 x ，兔子的数量为 y 。
2. 根据题意，我们可以列出两个方程：

$$x + y = 30 \quad (\text{头的总数})$$

$$2x + 4y = 80 \quad (\text{脚的总数})$$

3. 从第一个方程得出 $x = 30 - y$ ，将其代入第二个方程：

$$2(30 - y) + 4y = 80$$

展开并简化：

$$60 - 2y + 4y = 80$$

$$2y = 20$$

$$y = 10$$

4. 把 $y = 10$ 代入 $x + y = 30$ ，得到 $x = 20$ 。

答案：鸡有20只，兔子有10只。

解析说明：通过列方程法，将鸡兔问题中的条件转化为代数表达式，有助于学生理解代数应用于实际问题的思路，并训练解方程的能力。

二、分苹果问题

题目：有25个苹果，分给4个小朋友，每个人至少分到1个苹果，最多可以有多少种分法？

解析：这是一个典型的分配问题，通常可以用隔板法来解决。

1. 首先设每个小朋友获得的苹果数量为 x_1, x_2, x_3, x_4 ，并且要求每个人至少得到1个苹果。所以我们先给每个人分1个苹果，剩下 $25 - 4 = 21$ 个苹果需要分配。
2. 现在问题变为将21个苹果分给4个小朋友，记作：

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 21$$

3. 这种问题通常可以使用隔板法。我们需要在21个苹果中插入3个隔板，来分隔出4个部分，每部分表示一个小朋友所分到的苹果数。
4. 这个问题的解决方案数是：

$$C(21 + 4 - 1, 4 - 1) = C(24, 3) = \frac{24 \times 23 \times 22}{3 \times 2 \times 1} = 2024$$

答案：共有2024种分法。

解析说明：隔板法是一种处理分配问题的巧妙方法。通过理解和应用这种方法，学生可以解决不同数量分配的问题，并学习组合数的计算。

三、逻辑推理问题

题目：甲、乙、丙三人参加数学竞赛，比赛结束后他们的名次被隐藏起来。已知：

- 甲说：“我不是第一。”
- 乙说：“丙是最后一名。”
- 丙说：“乙不是第二名。”如果只有一个人说的是真话，请问甲、乙、丙的名次如何？

解析：这是一道经典的逻辑推理题。我们可以通过假设来分析可能的情况。

1. 假设甲说的是实话，则甲不是第一名。那么乙和丙说的都是假话。
 - 乙的假话：“丙是最后一名”，实际情况应是丙不是最后一名。
 - 丙的假话：“乙不是第二名”，实际情况应是乙是第二名。
 - 由此可得甲应是第三名，丙是第一名，乙是第二名。所有条件都满足，因此此假设成立。

答案：甲是第三名，乙是第二名，丙是第一名。

解析说明：这类逻辑推理题帮助学生锻炼分析和推理的能力，通过假设验证的方法，学生能逐步学会排除和锁定正确答案的技巧。

四、分数与百分比问题

题目：小明考试时做了60道题目，正确率为80%。问小明做对了多少道题？

解析：这是一个基本的分数与百分比计算问题，主要考查学生对百分比含义的理解。

1. 小明做对的题数可以表示为：

$$60 \times 80\% = 60 \times 0.8 = 48$$

2. 因此，小明做对了48道题。

答案：小明做对了48道题。

解析说明：百分比是生活中常用的数学概念，学生通过这个例子能更直观地理解百分比的计算及其实际应用。